

MODELOS MATEMÁTICOS DE UMA FIBRA CELULÓSICA EM PROCESSO DE REFINO EM BAIXA CONSISTÊNCIA

Parmenides Cuberos-Martinez, Song Won Park, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Av. Luciano Gualberto 380 trv3, São Paulo Brasil. Telefone: +55 11 30911171 fax: +55 11 38132380; songwon.park@poli.usp.br

RESUMO

A refinação em baixa consistência, uma das mais importantes operações unitárias na indústria do papel, é descrita e discutida analiticamente através de modelos matemáticos macroscópicos, desde o mais simples até o mais rigoroso dos modelos, o fator C. Dada a natureza física do problema, resultados conhecidos da teoria da elasticidade e teoria de fadiga, por exemplo a variável defeito, foram aplicados às fibras celulósicas, associando-os aos principais efeitos da refinação, que são a fibrilação externa, interna e o efeito de corte. Comparando com resultados experimentais disponíveis na literatura, pudemos assim corroborar a nossa hipótese de que a refinação é fundamentalmente um fenômeno de fadiga de fibras.

PALAVRAS CHAVES

Refinação, fadiga de fibras, elasticidade de fibras, fator C, modelos matemáticos de refino.

ABSTRACTS

Low consistency refining is a key operation for papermaking. This process is described through macro-model representation, starting with the simple one and analyzing the more detailed and rigorous models. Also C factor is described in the paper. Due to the physical nature of the process, we apply the theory of elasticity and the theory of fatigue for the pulp fibre, and associate their effects to the refining results, mainly external fibrillation, internal collapse and cutting of the fibers. Comparing with the experimental results from the literature, we show that refining is also a fibre fatigue phenomena with mathematical representation from the fatigue theory.

KEYWORDS

Refining, fibre fatigue, wood pulp fiber elasticity, C factor, refining mathematical models.

INTRODUÇÃO

No processo da fabricação de papel, a refinação é uma operação fundamental, dada a sua importância nas suas propriedades finais. É a única que modifica a morfologia da fibra celulósica, adequando-a de acordo com as propriedades ópticas, físicas, e de impressão do papel que se deseja fabricar. Hoje em dia, com máquinas de papel operando com velocidade de até 2000 metros/minuto, é estritamente necessário que a refinação seja conhecida e controlada, para que a produtividade da máquina não seja afetada e os custos da fabricação não sejam excedidos além do planejado. Refinação pode ser descrita como uma operação que, através da transferência de energia mecânica de um equipamento chamado refinador, transfere energia e modifica irreversivelmente a morfologia estrutural da fibra celulósica. Isto é realizado passando-se uma suspensão aquosa de fibras entre duas superfícies ranhuradas, sendo uma delas fixa (estator) e a outra de alta velocidade (rotor), com uma diminuta abertura entre elas, de tal forma que transfira energia de fricção e atrito necessária para refinar a fibra. Embora existam vários trabalhos experimentais, poucos são os trabalhos visando um entendimento da natureza física da ação do refino.

A partir da década de 1960, Derek H. Page, em uma série de notáveis trabalhos, estudou, entre outros tópicos, os efeitos da delaminação e do colapso das fibras devido à refinação, já esboçando uma descrição analítica do problema, cujos primeiros resultados vinham de modelos semi empíricos dos anos 40. Leider e Nissan em 1977 propuseram um modelo analítico descrevendo a refinação como uma composição entre o número de impactos recebidos por uma fibra e a sua intensidade,

trabalho que veio a culminar na teoria do fator C devido a Richard J. Kerekes em 1990. Mais recentes são os trabalhos experimentais de HAMAD (1997;1998) onde a refinação é relacionada diretamente à fadiga de fibras.

O mesmo Kerekes em 2003[†] afirmou em um seminário realizado especificamente sobre refinação, que “embora muito seja conhecido em relação as mudanças nas propriedades das fibras causadas pela refinação, nossa compreensão sobre o processo permanece pobre” e que o modo como as forças atuam na fibra apresentam importância fundamental. O objetivo deste trabalho é justamente investigar as bases físicas deste fenômeno.

Modelos matemáticos de refino

São classificados de macromodelos os modelos que relacionam grandezas como energia líquida da refinação, número de impactos, quantidade e intensidade da refinação com as propriedades finais da fibra ou do papel. Micromodelos são os que procuram descrever a natureza intrínseca da refinação, como as forças que atuam nos flocos de fibras pelas barras do disco de refinação, a variação das propriedades elásticas das fibras devido a refinação e também modelos que descrevem a hidrodinâmica da suspensão de fibras no interior do disco de refinação.

O ponto de partida é estimar o termo N , o número de impactos impostos à fibra ou em floco de fibras durante a refinação. Um ponto de partida para o cálculo, conforme LEIDER e NISSAN (1977) é postular que N é uma função:

$$N = f(n_r, n_s, w, \tau^f, A_f/A_g) \quad (1)$$

onde N é o número de impactos, n_r o número de barras no rotor, n_s o número de barras no estator, w a velocidade de rotação do rotor, τ^f o tempo de residência da fibra no refinador, A_f é área média da seção reta longitudinal da fibra e A_g a área da seção reta do canal. O termo (A_f/A_g) estima, em princípio, a probabilidade da fibra entrar em contato com as barras durante a refinação. Esta probabilidade exprime o caráter randômico da refinação, pelo qual algumas fibras saem do equipamento sem serem refinadas.

A suposição mais simples é ser esta função expressa como diretamente proporcional às variáveis:

$$N = n_r n_s w \tau^f (A_f/A_g) \quad (2)$$

O número de barras no estator ou no rotor pode ser calculado:

$$n_r \text{ ou } n_s = \frac{2\pi \langle r \rangle}{a+b} = \frac{\pi \langle D \rangle}{a+b} \quad (3)$$

onde $\langle r \rangle$ e $\langle D \rangle$ são o raio - média do raio interno e externo da zona de refinação - e o diâmetro médio do disco, respectivamente, a é a largura das barras do rotor ou do estator e b a largura dos canais, conforme figura 1:

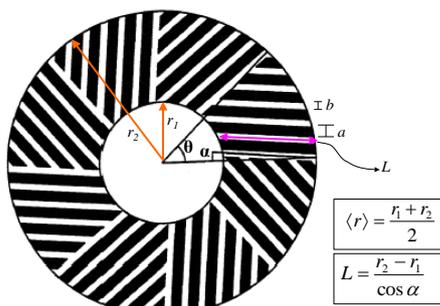


Figura 1 – Parâmetros geométricos no disco de refinador.

O tempo de residência é estimado dividindo-se o comprimento do canal L (fig 1) pela velocidade média da fibra no canal:

$$\tau^f = \frac{L}{\langle u_c \rangle} = \frac{LA_d}{q} \quad (4)$$

onde q é a vazão volumétrica da polpa e A_d a área disponível para o fluxo, que vale:

$$A_d = (2\pi \langle r \rangle)(2c + h)A_{\text{útil}} \quad (5)$$

aqui c é a profundidade do canal, h a distância entre os discos e $A_{\text{útil}}$ é a área efetivamente útil para o fluxo, isto é, preenchida pelos canais e também pelo vão entre os discos. Considerando que $a \cong b$, apreende-se que $A_{\text{útil}} \cong \frac{1}{2}$ e então:

[†] Progress in Pulp Refining Research Seminar. University of British Columbia, 12.sep.2003. Vancouver Canada.

$$A_d = \pi \langle r \rangle (2c + h) \quad (6)$$

o tempo de residência da fibra em um canal pode então ser expresso:

$$\tau^f = \left(\frac{r_2 - r_1}{\cos \alpha} \right) \frac{\pi \langle r \rangle (2c + h)}{q} \quad (7)$$

onde o ângulo α é o ângulo de barras (fig. 1). A razão (A_f/A_g) pode ser estimada considerando primeiramente que $A_f \cong D_f L_f$, onde D_f é o diâmetro da fibra e L_f o seu comprimento. Como $A_g = bc$ segue que:

$$\frac{A_f}{A_g} = \frac{D_f L_f}{bc} \quad (8)$$

Substituindo as equações (3), (7) e (8) em (2) chegamos finalmente a uma expressão do número médio de impactos:

$$\langle N \rangle = 4\pi^3 \langle r \rangle^3 \left[\frac{(2 + h/c)}{b(a+b)^2} \right] \left(\frac{r_2 - r_1}{\cos \alpha} \right) \frac{w}{q} D_f L_f \quad (9)$$

Deste modo, a energia líquida transferida à fibra pode ser calculada. Outros macromodelos importantes são: teoria da carga específica de borda, desenvolvida por BRECHT e SIEWERT em 1966, teoria baseada na hipótese que a ação de refino é devida à deformação causada pelo impacto da fibra pelas barras do rotor e do estator, e que este impacto está diretamente relacionado com a velocidade de corte do refinador – comprimento de borda das barras por unidade de tempo. A teoria da carga específica de superfície foi desenvolvida na sua forma final por LUMIAINEN em 1990; esta teoria enfatiza que a largura das barras é um fator primordial na ação do refino e que o comprimento de impacto das barras é um parâmetro que deve ser incluído no cálculo da quantidade de refinação. O conceito central desta teoria é que a energia é em sua maior parte transferida à fibra durante a etapa borda/borda e durante a etapa borda/superfície.

Macromodelos - Fator C

Desenvolvida em 1990 por KERKES, é a mais rigorosa teoria de refinação atualmente aceita. O ponto de partida é similar às outras teorias: a energia líquida de refinação por unidade de massa pode ser calculada diretamente a partir da composição matemática do número de impactos com a energia transferida por impacto:

$$E_{net} = N_m I \quad (10)$$

onde N_m é o número de impactos por massa e I a energia transferida por impacto. Notemos em princípio, que a energia líquida específica E_{net} não fornece todas as informações da refinação e para tanto vamos considerar duas operações de refinação distintas: a primeira com um grande número de impactos e pequena intensidade e na segunda a situação inversa: um pequeno número de impactos com uma grande intensidade. A primeira privilegiará a *fibrilação* da fibra e a segunda o *corte* da fibra. A fibrilação e o corte da fibra são resultados de refinação bastante diferentes, mas numericamente a energia líquida específica será a mesma. Isto é ilustrado na figura 2:

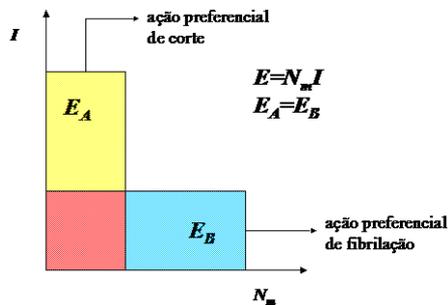


Figura 2 – Ação de corte e fibrilação em um refinador

$$E_{net} = \left(\frac{C}{q_m} \right) \left(\frac{P_{net}}{C} \right) \quad (11)$$

$$\text{com } N_m = \left(\frac{C}{q_m} \right) \text{ e } I = \left(\frac{P_{net}}{C} \right) \quad (12a), (12b)$$

onde q_m é a vazão mássica de fibras do refinador e P_{net} a potência líquida transferida. O fator C é, em síntese, uma medida da capacidade do refinador de impor impactos às fibras.

O cálculo do fator C é realizado a partir do cálculo do número de impactos considerando que:

$$N_m = \frac{N}{M} \quad (13)$$

onde M é massa da fibra. O número de impactos N recebidos pela fibra é proporcional ao número de contatos borda do rotor / borda do estator (número de cruzamentos) e a probabilidade com que o cruzamento impõe um impacto à fibra.

Partindo desta idéia, o número de impactos por unidade de tempo, $\frac{dN}{dt}$ pode ser expresso proporcionalmente ao número total de cruzamentos, $n_r n_s w$, a uma determinada posição radial r . A hipótese chave é estimar corretamente esta proporcionalidade. Para efeito de ilustração, a figura 3 mostra as dimensões envolvidas no processo de refinação:

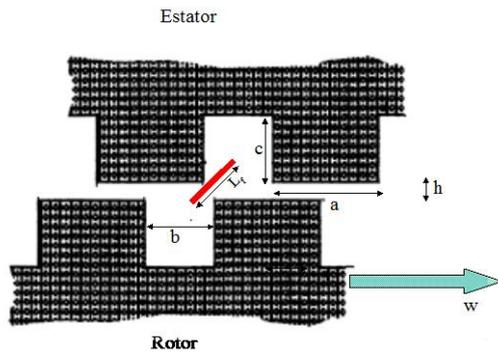


Figura 3 – Dimensões envolvidas no processo de

$$\frac{dN_{m\acute{a}x}}{dt} = \frac{L_f n_r n_s w}{2\pi r}$$

Fisicamente, esta condição é satisfeita quando a fibra está orientada tangencialmente às barras (condição de impacto máximo). No entanto, nem todas as fibras sofrem este tratamento, elas podem estar nos canais ou então em uma posição de impacto parcial. A probabilidade de que a fibra entre em contato com as bordas é dependente do tamanho relativo do comprimento da fibra, da profundidade dos canais e da distância entre os discos. Assume-se que esta probabilidade é representada pela fração $\frac{L_f}{L_f + c + h}$ assumindo um valor próximo a 1 quando a fibra é muito comprida

e um valor pequeno quando por exemplo a profundidade dos canais é muito grande. A expressão matemática do número de impactos por unidade de tempo pode então ser calculada:

$$\frac{dN}{dt} = \left(\frac{L_f}{L_f + c + h} \right) \left(\frac{L_f n_r n_s w}{2\pi r} \right) \quad (15)$$

Vamos agora analisar os casos particulares. A eq. 15 reduz-se a 14 quando $L_f \gg (c+h)$. Considerando esta hipótese e assumindo também que $L_f \cong (a+b)$, situação que permite somente um impacto no instante do cruzamento das barras. Notando que $n_r(a+b) = 2\pi r$, substituindo na eq. 15 resulta em:

$$\frac{dN}{dt} = n_s w \quad (16)$$

Consideremos agora a condição na qual $L_f \ll (c+h)$, fibra pequena em relação à profundidade dos canais e a distância entre os discos. Substituindo na eq. 15 resulta:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{L_f^2 n_r n_s w}{2\pi r (c+h)} \quad (17)$$

Interessante observar que quando as fibras são pequenas, elas tendem a se aglomerar em flocos, que por sua vez tem dimensões de L_f^2 . Assim, pode ser induzido que quando as fibras são pequenas, ou então quando os canais são muito profundos, a dimensão do floco formado tem um papel importante no cálculo do número de impactos. Por último, vamos considerar um caso intermediário em que $L_f = a = b = c$ e $L_f \gg h$. Neste caso $2L_f n_r = 2\pi r$, substituindo na eq. 15 resulta:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{n_s w}{4} \quad (18)$$

refinação.

Assumindo que a proporção é constante, o número máximo de impactos acontece quando todos os cruzamentos impõem um impacto à fibra, ou seja, o número máximo de impactos sobre o comprimento da fibra. Podemos calcular isto extraíndo a razão entre o comprimento da fibra sobre o comprimento total do círculo na posição radial r , $\frac{L_f}{2\pi r}$. Desta maneira, o número máximo de impactos será:

que é a quarta parte do resultado da eq. 16. Neste caso o número de impactos é menor, pois parte das fibras estão nos canais e portanto não são impactadas.

Já definido $\frac{dN}{dt}$, computemos o número de impactos por fibra. Para tanto iremos considerar um incremento dr da direção radial, dentro da zona de refinação. Analogamente à eq. 4 temos:

$$dt = dr \frac{A_d}{q} \quad (19)$$

onde q é a vazão volumétrica da polpa e A_d a área disponível para o fluxo na circunferência $2\pi r$. Da fig. 3, denotando os índices r e s como rotor e estator respectivamente, é simples observar que:

$$A_d = 2\pi r h + n_r c_r b_r + n_s c_s b_s \quad (20)$$

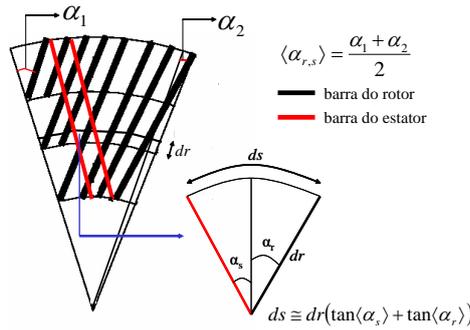
Introduzindo uma variável $n_{r,s}^* = \frac{n_{r,s}}{2\pi r}$, a densidade de barras por unidade de comprimento de arco, a equação acima pode ser reescrita:

$$A_d = 2\pi r (h + n_r^* c_r b_r + n_s^* c_s b_s) \quad (21)$$

Substituindo (21) em (19) e esta em (15) resulta:

$$dN = dr 4\pi^2 L_f^2 n_r^* n_s^* w \frac{(h + n_r^* c_r b_r + n_s^* c_s b_s)}{q(L_f + c + h)} \quad (22)$$

Nesta equação há o termo c sem referência de índice; rigorosamente este c deverá ser entendido como uma média aritmética de c_r e c_s . Uma complicação advém do número de cruzamentos das barras; um disco de refinador é dividido em segmentos, e as barras, tanto do rotor como do estator, são anguladas em relação à direção radial. Devido a isto, para cada cruzamento de barras na circunferência $2\pi r$, há um número adicional de cruzamentos $n_{r,s}^* ds$, em um incremento radial dr , que é determinado pelo ângulo médio $\langle \alpha_{r,s} \rangle$ das barras em determinado segmento, como mostrado na fig. 4:



Deste modo podemos verificar que:

$$n_{r,s}^* ds = n_{r,s}^* dr (\tan \langle \alpha_s \rangle + \tan \langle \alpha_r \rangle) \quad (23)$$

A eq. 23 é válida para uma barra do rotor; considerando o número total de cruzamentos na circunferência $2\pi r$, o número adicional de cruzamentos devido a não "radialidade" das barras do rotor e do estator vale

$$dN_{adicional} = n_s^* n_r^* dr (\tan \langle \alpha_s \rangle + \tan \langle \alpha_r \rangle) \quad (24)$$

Figura 4 – Efeito dos cruzamentos das barras.

Como é esperada, a eq. 24 anula-se quando $\langle \alpha_r \rangle = \langle \alpha_s \rangle = 0$. O termo $n_s^* n_r^*$ na eq. 22 deve portanto ser substituído por $n_s^* n_r^* + n_s^* n_r^* (\tan \langle \alpha_s \rangle + \tan \langle \alpha_r \rangle)$ resultando em:

$$dN = dr 4\pi^2 L_f^2 n_r^* n_s^* w (1 + (\tan \langle \alpha_s \rangle + \tan \langle \alpha_r \rangle)) \frac{(h + n_r^* c_r b_r + n_s^* c_s b_s)}{q(L_f + c + h)} \quad (25)$$

A equação anterior pode ser então integrada dentro da zona de refinação, ou seja, de r_1 a r_2 conforme indicados na figura 1:

$$\int_{r_1}^{r_2} dN = N = 4\pi^2 L_f^2 n_r^* n_s^* w (1 + (\tan \langle \alpha_s \rangle + \tan \langle \alpha_r \rangle)) \frac{(h + n_r^* c_r b_r + n_s^* c_s b_s)}{q(L_f + c + h)} \frac{(r_2^3 - r_1^3)}{3} \quad (26)$$

A massa M da fibra pode ser expressa por: $M = L_f \rho_w$, onde ρ_w é a densidade linear da fibra (coarseness). O fluxo mássico q_m vale $q_m = C_F q$ onde C_F é a consistência e q a vazão volumétrica da polpa. O fator C de um refinador a disco pode então ser calculado a partir da eqs. 12a, 13 e 26:

$$C_{disco} = 4\pi^2 L_f C_F n_r^* n_s^* w (1 + (\tan \langle \alpha_s \rangle + \tan \langle \alpha_r \rangle)) \frac{(h + n_r^* c_r b_r + n_s^* c_s b_s)}{\rho_w (L_f + c + h)} \frac{(r_2^3 - r_1^3)}{3} \quad (27)$$

Para a grande maioria dos refinadores a disco, $c \gg h$ e o desenho de disco é o mesmo para o rotor e o estator ($n_r^* = n_s^*$, $c_r = c_s$, $b_r = b_s$ e $\alpha_s = \alpha_r$), e a eq. 27 pode ser simplificada:

$$C_{disco} = 8\pi^2 L_f C_F n^3 w c b (1 + 2 \tan \langle \alpha \rangle) \frac{(r_2^3 - r_1^3)}{3 \rho_w (L_f + c)} \quad (28)$$

Desta equação pode-se verificar a dependência do fator C com algumas propriedades fundamentais. É diretamente proporcional à consistência C_F da polpa, a velocidade de rotação w do disco e a diferença $r_2^3 - r_1^3$. É inversamente proporcional à densidade linear ρ_w da fibra.

Utilizando o mesmo raciocínio, é possível calcular o fator C para um refinador cônico.

Modelos analíticos baseados na teoria da elasticidade

Uma suspensão aquosa da polpa de celulose é bombeada para o refinador e dentro deste equipamento parte das fibras e dos flocos são modificados morfologicamente por sucessivos e cíclicos golpes aplicados pelas barras do rotor e do estator. Dependendo da intensidade e do número de impactos, a fibra pode sofrer fibrilação externa, interna ou então sofrer uma ruptura. Estes efeitos estão relacionados de alguma maneira ou com a fadiga completa da fibra, isto é, ruptura total da fibra devido ao efeito de corte, ou então com a fadiga das camadas parciais M, P, S1 ou S2. A fibrilação externa pode ser associada com a delaminação das camadas exteriores da fibra devido a tensões de cisalhamento e a fibrilação interna com a delaminação intercamadas.

Um primeiro exemplo da aplicação da teoria de elasticidades é o cálculo matemático da energia absorvida por unidade de massa da fibra devido ao estiramento pelo impacto das barras do refinador. Na fig. 5 observa-se fibras antes e após o refino em laboratório com moinho PFI. Note-se a aparência de fibras golpeadas inúmeras vezes, ao passar no refinador, que a energia dos golpes foi absorvida pelas fibras resultando em colapso na sua geometria.

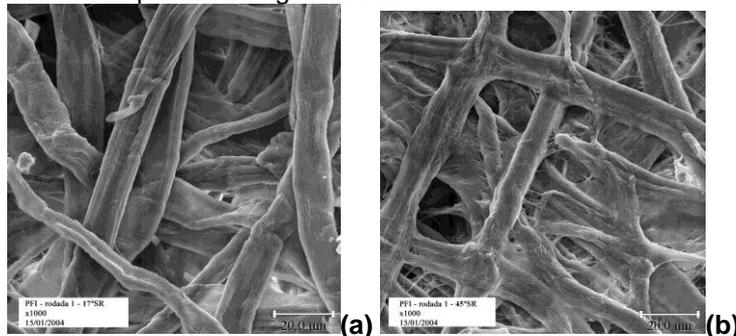


Figura 5 – Fibras branqueadas de celulose de eucalipto

(a) - sem refino, (b) – refinadas em laboratório com moinho de PFI até 45°SR. Extraído de YASUMURA (2004).

É em princípio assumido que a fibra é “retangular” e que a tensão resultante é aplicada no sentido axial, sendo o efeito de inércia desprezado de forma que o elemento esteja em equilíbrio em cada instante.

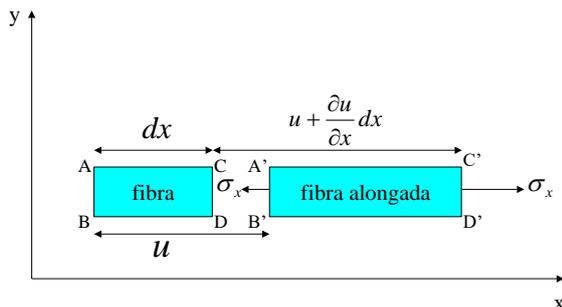


Figura 6 – Fibra submetida a um esforço na direção axial.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \varepsilon(x) = \frac{\sigma_x}{E_{long}} \quad (29)$$

onde ε é o esforço, σ é a tensão e E_{long} o módulo de elasticidade ou módulo de Young longitudinal da fibra. O trabalho realizado na fibra, que é igual a energia armazenada pelo alongamento pode ser calculado, notando que o trabalho realizado no segmento AB é negativo pois atua na direção oposta ao deslocamento:

$$dU = \int_0^{\sigma_x} \sigma d\left(u + \frac{\partial u}{\partial x}\right) dy dz - \int_0^{\sigma_x} \sigma du dy dz = \int_0^{\sigma_x} \sigma d\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) dx dy dz \quad (30)$$

substituindo a eq. 29 na eq. 30 e integrando no volume finalmente chegamos a energia por unidade de volume:

$$U = \frac{\sigma_x^2}{2E_{long}} = \frac{1}{2} E_{long} \varepsilon_x^2 = \frac{I}{V} = \frac{I}{M} d \quad (31)$$

onde d é a densidade da fibra, M a sua massa e I é a energia absorvida pelo alongamento; no caso da refinação é a energia transferida pelo impacto das barras à fibra.

O caráter viscoelástico da fibra celulósica

A parede da fibra é composta por camadas, lamela externa L, S1 e S2. A camada L é muitas vezes perdida no processo de polpação química. A camada S2 tem uma espessura muito maior (5 a 20 vezes) do que as outras e é a que mais contribui para as propriedades mecânicas da fibra. Uma fibra celulósica pode ser imaginada como um material reforçado e composto: uma matriz oca (lúmen) e amorfa composta de polímeros naturais de cadeia curta e ramificados, principalmente de hemicelulose e lignina, envolta por um feixe espiralado por microfibrilas, aglomerados de cristalitos de celulose, com aproximadamente de 10 a 30 nm de comprimento cada, contendo de 2 a até 30000 moléculas de celulose na sua seção reta [EICHHORN *et al* (2001)]. Este feixe de microfibrilas forma um ângulo ϕ constante em relação ao eixo da fibra e está diretamente relacionado com seu o módulo elástico longitudinal e transversal. Deste modo, a fibra é um material composto por uma fase “dura”, de alta resistência e elevado módulo elástico, embebida por uma matriz dúctil com fracas propriedades mecânicas. A camada S1 também é espiralada por microfibrilas. Neste modelo, a fibra é cilíndrica e simétrica no sentido axial, conforme ilustrado na fig. 7.

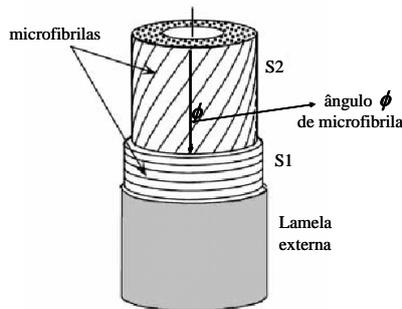


Figura 7 – Modelo de uma fibra celulósica com as camadas internas e definição de ângulo de microfibrila.

Fibras celulósicas, assim como madeiras em geral, exibem um comportamento viscoelástico, combinando propriedades de um corpo sólido elástico com a de um fluido viscoso. Duas funções são muito importantes no estudo destes materiais: a retardação $\mathbf{J}(t)$ (*creep*), que é uma lenta deformação contínua do material sob constante tensão e a relaxação $\mathbf{G}(t)$, que é o decréscimo temporal e gradual da tensão, quando submetido a um esforço instantâneo. Estas duas propriedades podem ser expressas matematicamente por:

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(t-\tau) \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} d\tau \quad \text{e} \quad \sigma(t) = \int_0^t G(t-\tau) \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (32a), (32b)$$

onde $\varepsilon(t)$ indica esforço e $\sigma(t)$ indica tensão.

Descrições teóricas mais detalhadas podem ser vista por exemplo em [WARD,SWEENEY (2004)]. Como pode ser verificado nas funções temporais definidas acima, quando tratamos de fadiga de materiais viscoelásticos, a freqüência da carga é um parâmetro muito importante. Embora o número de ciclos seja relevante, no caso da refinação o número de impactos submetidos pelas barras à fibra, ou o tempo na qual estes ciclos são sujeitos – ou seja, a freqüência - é muito mais relevante, como enfatizado em NIELSEN (2000). A partir deste aparato teórico, DUNFORD, WILD (2002) realizaram um trabalho experimental na qual foi investigada a compressão transversal de fibras celulósicas sob tensões cíclicas.

O tensor de deformações da fibra celulósica

As componentes σ_{ij} da tensão, ε_{kl} da deformação são relacionadas pela equação de Hooke generalizada e sua inversa:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}; \quad \varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (33a), (33b)$$

onde C_{ijkl} é o tensor de rigidez e S_{ijkl} é o tensor de flexibilidade.

Estas equações podem ser simplificadas considerando que a fibra comporta-se como um material ortotrópico (que contém propriedades invariantes em relação a alguns planos de simetria do material) [PAGE *et al* (1977); YAMAMOTO (1999)]. Notando ainda que, em primeira aproximação a fibra é simétrica axialmente. A eq. 33b pode ser explicitada, em notação usual de engenharia:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu_{12}}{E_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{13}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (34)$$

Comparando com o caso ortotrópico, as seguintes igualdades são notadas:

- i. $E_1 = E_2$, mesmo módulo de Young na direção 1 e 2;
- ii. $\frac{\nu_{13}}{E_1} = \frac{\nu_{23}}{E_2}$, mesmo coeficiente de contração nas direções 1 e 2 para uma tensão aplicada na direção 3;
- iii. $G_{13} = G_{23}$, mesmo módulo de cisalhamento nos planos perpendiculares aos eixos 2 e 1;
- iv. $2G_{12} = \frac{E_1}{1+\nu_{12}}$, módulo de cisalhamento ao longo do eixo 3;

São cinco os coeficientes independentes que caracterizam a fibra neste caso: dois módulos de Young, E_1 e E_3 , um módulo de cisalhamento G_{13} e dois coeficientes de Poisson ν_{12} e ν_{13} . A partir das equações tensoriais é possível calcular o módulo de Young longitudinal e transversal da fibra em relação ao ângulo ϕ de fibrila.

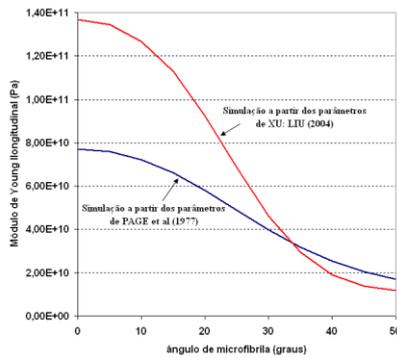


Figura 8 – Relação entre o módulo de Young longitudinal e o ângulo de microfibrila.

Considerando a fibra como um material composto de uma matriz amorfa e dúctil reforçado por um feixe espiralado de microfibrilas, que fornece as propriedades elásticas de estiramento ou alongamento na direção longitudinal da fibra, fig.7, qualitativamente nota-se que o módulo elástico da fibra aumenta tanto quanto o ângulo de fibrila diminui, atingindo o seu máximo valor quando todas as fibrilas estão alinhadas na direção longitudinal ($\phi = 0$) e apresentado portanto a máxima resistência ao alongamento ou estiramento.

Este comportamento é expresso na fig. 8, onde as curvas foram obtidas através de uma equação analítica obtida através das equações tensoriais. Os parâmetros elásticos experimentais foram extraídos de PAGE *et al* (1977) e XU; LIU (2004). Se a característica da fibra é conhecida e portanto conhecido seu ângulo médio de microfibrila, então podemos prever se ela é mais facilmente alongada ou não, e na refinação isto é importante, pois deste modo pode ser estimado se a fibra será facilmente rompida ou alongada.

Fadiga da fibra devido à refinação

A nossa contribuição ao estudo teórico da refinação é associar uma variável aos danos causados pelos contínuos ciclos de fadiga. Esta variável D , chamada de defeito, é definida da seguinte forma: consideremos um elemento de volume do material, e seja S a área de uma seção deste elemento de volume e \vec{n} a normal a esta superfície. Esta área pode conter cavidades, rachaduras ou trincas, e demais defeitos; seja S^{eff} a área efetiva sujeita a tensões ($S^{eff} < S$); então, por definição:

$$D_n = \frac{S^{eff} - S}{S} \quad (35)$$

$D_n = 0$ corresponde a uma amostra sem defeitos, $D_n = 1$ corresponde a ruptura do elemento de volume em duas partes e $0 < D_n < 1$ corresponde ao estado de defeito do material.

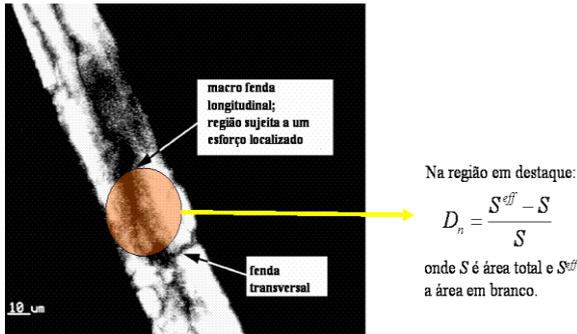


Figura 9 – Representação da variável defeito. Extraído e adaptado de HAMAD (1997).

Na região em destaque:

$$D_n = \frac{S^{eff} - S}{S}$$

onde S é área total e S^{eff} a área em branco.

A fig. 9 mostra como esta variável pode ser entendida, em um exemplo de uma fibra celulósica sujeita à tensões cíclicas. Em regiões que já contenham defeitos, a tensões aplicadas se tornam localizadas e concentradas, de modo que a tensão efetiva pode ser escrita como:

$$\sigma^{eff} = \frac{\sigma}{(1-D)} \quad (36)$$

com $\sigma^{eff} = \sigma$ para um material virgem (sem defeitos) e $\sigma^{eff} \rightarrow \infty$ no momento de fratura.

De maneira análoga a equação de Hooke generalizada, eq. 33a, pode ser agora ser escrita:

$$\sigma_{ij} = (1-D)C_{ijkl}\epsilon_{kl} \quad (37)$$

A variável defeito não é diretamente mensurável. Sua avaliação quantitativa é estabelecida por uma variável escolhida que represente o fenômeno da fadiga. Uma das maneiras possíveis é correlacioná-la com o módulo de Young do material, e assim a eq. 36 pode ser reescrita como $\sigma^{eff} = \frac{\sigma}{(1-D)} = E\epsilon^{eff}$

e portanto:

$$\sigma = E(1-D)\epsilon^{eff} \quad (38)$$

o termo $E(1-D)$ pode ser interpretado como o módulo efetivo de Young da fibra refinada, $E(1-D) = E^{eff}$. Invertendo os termos resulta na expressão da variável defeito:

$$D = 1 - \frac{\sigma}{E\epsilon^{eff}} = 1 - \frac{E^{eff}}{E} \quad (39)$$

ou seja, a redução do módulo de Young está relacionada com o aumento da variável defeito.

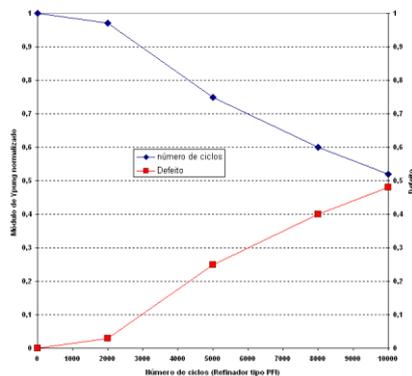


Figura 10 – Correlação da variável defeito e a redução do módulo de Young de fibras celulósicas.

No processo de refinação, é isto que ocorre: as fibras tornam-se mais conformáveis (menor rigidez ou menor módulo de Young) na medida em que são mais refinadas. Esta correlação é observada na fig. 10, onde os dados experimentais do módulo de Young foram extraídos de TAM DOO; KEREKES (1989).

A variável defeito segue uma lei de evolução em relação ao número de ciclos. Uma associação direta no caso da refinação pode ser feita analisando-se algumas propriedades físicas do papel obtido, de acordo com o grau de refinação da polpa. Uma destas propriedades é, por exemplo, comprimento de auto ruptura. Esta propriedade fornece, idealmente, o comprimento de uma tira de papel que se rompe sob a ação do próprio peso, e também é chamada de resistência à tração. Numericamente, esta propriedade aumenta proporcionalmente ao grau de refinação, até um determinado limite, onde há uma reversão e posterior decréscimo. Isto pode ser entendido da seguinte maneira: Em uma polpa não refinada – idealmente assumindo um defeito zero – as fibras individualmente são mais rígidas (maior módulo de Young) ou menos conformáveis, com uma baixa capacidade de entrelaçamento, portanto formando um número menor de ligações fibra-fibra e devido a isto, uma folha de papel que apresenta um menor alongamento – e um menor comprimento de auto ruptura - do que uma folha formada por uma polpa refinada, em que as fibras são mais conformáveis e também estão mais fibriladas externamente. No limite em que o defeito médio nas fibras atinge a unidade, onde há rompimento e redução do comprimento das fibras e há pouca ou nenhuma fibrilação, numericamente há uma reversão do comprimento de auto ruptura.

Formas de fadiga na fibra devido à refinação

Na refinação, a fibra sofre ação básica de três forças: A força normal N devido a ação da borda da barra, a força de fricção ou atrito F_f devido à passagem da superfície da barra sob a fibra e a força normal N devido à compressão das fibras (que podem alocadas nos flocos) pelas barras do rotor e estator. Todas estas três forças geram tensões que por sua vez irão modificar a fibra irreversivelmente, dependendo do número de impactos e da sua intensidade. A primeira destas forças, a força normal devido a borda gera uma tensão altamente localizada e altamente concentrada, tanto mais quanto mais afiada for a borda da barra, e com curtíssima duração, podendo ser representada matematicamente por um delta de Dirac.

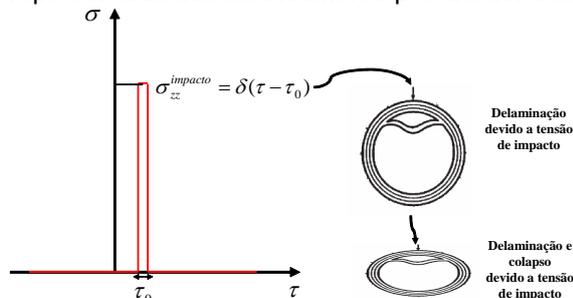


Fig. 11 – Representação da fadiga por delaminação interna da fibra devido a tensão de impacto das barras do refinador.

Dependendo da intensidade do impacto – que pode ser estimado via fator C – a fibra pode se romper ou então se delaminar internamente, e a abertura da saliência pode aumentar conforme a seqüência cíclica dos impactos. Este tipo de fadiga é esquematicamente representado na fig.11.

A força de cisalhamento tem origem na componente tangencial da força de impacto e também ao atrito da fibra pela superfície da barras do rotor e estator, durante a passagem da fibra por entre as barras. Estes processos resultam na fadiga de cisalhamento, a delaminação ou fibrilação externa, que é um dos maiores objetivos da refinação, pois a fibra bem fibrilada terá uma grande área superficial de ligação com outras fibras, podendo formar uma folha de papel com alta resistência. Os processos de fadiga por delaminação externa são representados nas figuras 12a e 12b.

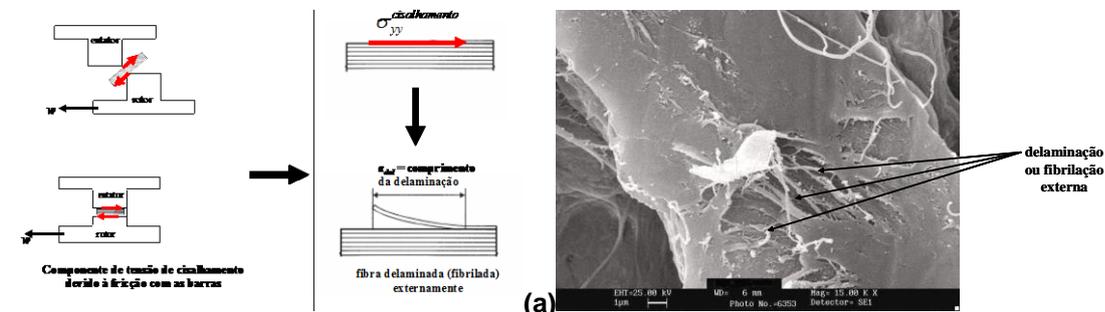


Fig.12 – (a) Representação da fadiga por delaminação externa. (b) microfotografia de uma fibra celulósica com delaminação externa. Extraído de PARRA (2003)

Existem modelos matemáticos para este tipo de fadiga baseado no esforço ou tensão crítica de início de delaminação ou focando a variação de energia liberada devido ao esforço do material. No entanto, até onde pudemos verificar, não há nenhum trabalho – excetuando a série de publicações de HAMAD – onde modelos analíticos de fadiga são aplicados a fibra celulósica.

CONCLUSÕES

No decorrer deste trabalho a natureza da operação de refinação de polpa celulósica em baixa consistência foi descrita e investigada quando à sua natureza física. Alguns resultados da teoria de elasticidade e de fadiga foram utilizados para descrever a origem das propriedades elásticas da fibra celulósica, a microfísica da refinação, o caráter viscoelástico da fibra, e a introdução da variável defeito que representa a fadiga da fibra. Para os autores a compreensão da microfísica da refinação é sem dúvida a compreensão da fadiga da fibra celulósica.

BIBLIOGRAFIA

- CUBEROS-MARTINEZ, P., *Modelagem Matemática da refinação de polpa celulósica em baixa consistência*. Dissertação de Mestrado. Engenharia Química. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. 2005
- DUNFORD, J.A., WILD, P.M., *Cyclic transverse compression of single wood pulp fibres*. Journal of Pulp and Paper Science, Vol. 28, No 4, pp. 136-141, (2002).
- EICHHORN, S.J., BAILLIE, C.A., ZAFEIROPOULOS, N., MWAIKAMBO, L.Y., ANSELL, M.P., DUFRESNE, A., ENTWISTLE, K.M., HERRERA-FRANCO, P.J., ESCAMILLA, G.C., GROOM, L., HUGHES, M., HILL, C., RIALS, T.G., WILD, P.M., *Review: current international research into cellulosic fibres and composites*. Journal of Materials Science, Vol. 36, pp. 2107-2131 (2001).
- FAHEY, M.D., *Mechanical treatment of chemical pulps*. Tappi Journal, Vol.53, No 11, p. 2050-2064, (1970).
- FINDLEY, W.N., LAI, J.S., ONARAN, K., *Creep and relaxation of nonlinear viscoelastic materials, with an introduction to linear viscoelasticity*. Dover Publications (1989).
- FOX, T.S., BRODKEY, R.S., NISSAN, A.H., *Inside a disk refiner*. TAPPI Journal, Vol. 65, No. 7, p. 80-83, (1982).
- HAMAD, W.Y., *Some microrheological aspects of wood pulp fibres subjected to fatigue loading*. Cellulose, Vol. 4, pp. 51-56, (1997).
- HAMAD, W.Y., *On the mechanisms of cumulative damage and fracture in native cellulose fibres*. Journal of Materials Science Letters, Vol. 17, pp. 433-436 (1998).
- HIETANEN, S., EBELING, K., *Fundamental aspects of the refining process*. Paper and Timber 72:2, p. 158-170 (1990).
- HIETANEN, S., *The role of fiber flocculation in chemical pulp refining*. Paper and Timber 73:3, p. 249-259 (1991).
- JANG, H.F., *A theory for the transverse collapse of the wood pulp fibres*. The science of papermaking: 12th Fundamental Research Symposium, Oxford, (2001).
- JANG, H.F., *Collapse behaviour of wood pulp fibres*. Progress in Pulp Refining Research – Seminar. Abstracts of Presentations, The University of British Columbia, Setembro 2003.
- KEREKES, R.J., *Characterization of pulp refiners by a C-factor*. Nordic Pulp and Paper Research Journal, Vol. 5, No 1, p. 3-8 (1990).
- KEREKES, R.J., CLARA, M., DHARNI, S., MARTINEZ, M. *Application of the C-factor to characterize pulp refiners*. Journal of Pulp and Paper Science, Vol. 19, No 3, J125-J130, (1993).
- KEREKES, R.J., *Energy and forces in refining: an overview*. Progress in Pulp Refining Research – Seminar. Abstracts of Presentations, The University of British Columbia, Setembro 2003.
- LEIDER, P.J., NISSAN, A.H., *Understanding a disk refiner*. TAPPI Journal, Vol. 60, No. 10, p. 85-89, (1977).
- LEIDER, P.J., NISSAN, A.H., *The average number of impacts experienced by a fiber in a disk refiner: response*. Tappi Journal, Vol. 61, No. 8, p. 91-92, (1978).
- LEMAITRE, J., CHABOCHE, J.L., *Mechanics of solid materials*. Cambridge University Press (1990), tradução inglesa do original francês de 1985.
- LUMIAINEN, J., *A new approach to the critical factors effecting on refining intensity and refining result in low consistency refining*, TAPPI Papermakers Conference Proceedings, TAPPI PRESS, Atlanta, USA (1990).
- LUMIAINEN, J., *Refining of chemical pulp*, Capítulo 4 do livro 8 *Papermaking Part 1, Stock Preparation and Wet End* da série *Papermaking Science and Technology*, edited by GULLICHSEN, J. and PAULAPURO, H., Helsinki, (1998).
- MARTINEZ, D.M., BATCHELOR, W.J., KEREKES, R.J., OUELLET, D., *Forces on fibres in low consistency refining: normal force*. Journal of Pulp and Paper Science, Vol. 23, No. 1, p. J11-J18, (1997).
- NIELSEN, L.F., *Lifetime and residual strength of wood subjected to static and variable load. Part 1: introduction and analysis*. Holz als Roh – und Werkstoff, Vol. 58, pp. 81-90, (2000).
- PAGE, D.H., *The collapse behavior of pulp fibres*. TAPPI Journal, Vol.50, No. 9, p. 449-455, (1967a).
- PAGE, D.H., DE GRACE, J.H., *The delamination fo fiber walls by beating and refining*. TAPPI Journal, Vol.50, No. 10, p. 489-495, (1967b).
- PAGE, D.H., F. EI-HOSSEINY., WINKLER, K., LANCASTER, A.P.S., *Elastic modulus of single wood pulp fibers*. Tappi Journal, Vol 60, No. 4, p. 114-117, (1977).
- PAGE, D.H., *The beating of chemical pulps – the action and the effect*. 1989 9th Fundamental Research Symposium Notes, Cambridge, UK, p. 1 (1989a).
- PARRA, H.G. Arquivos pessoais.
- ROUX, J.C. *Stock preparation part 1- pulp treatment processes*, The science of papermaking, 12th fundamental research symposium, p. 19-80, Oxford, Sep 2001.
- SURESH, S., *Fatigue of materials, 2nd edition*. Cambridge University Press (1998).
- TAM DOO, P.A., KEREKES, R.J., *The effect of beating and low-amplitude flexing on pulp fibre flexibility*. Journal of Pulp and Paper Science, Vol. 15, No 1, J36-J42, (1989).
- WARD, I.M., SWEENEY, J., *An introduction to the mechanical properties of solid polymers, 2nd edition*. John Wiley & Sons Ltd (2004).
- WELCH, L.V., KEREKES, R.J., *Characterization of the PFI mill by the C-factor*. Appita, Vol. 47, No 5 (1994).
- XU, P., LIU, H., *Models of microfibril elastic modulus parallel to the cell axis*. Wood Science and Technology, Vol. 38, pp. 363-374, (2004).
- YAMAMOTO, H., *A model of the anisotropic swelling and shrinking process of wood. Part 1, generalization of Barber's wood fiber model*. Wood Science and Technology, Vol. 33, pp. 311-235, (1999).
- YAMAMOTO, H., KOJIMA, Y., *Properties of cell wall constituents in relation to longitudinal elasticity of wood; part 1: formulation of the longitudinal elasticity of an isolated wood fiber*. Wood Science and Technology, Vol. 36, pp. 55-74, (2002).

YASUMURA, K.P. *Avaliação de propriedades físicas de pastas celulósicas refinadas em moinho PFI*.
Dissertação de Mestrado. Engenharia Química. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. 2004.