

Modelagem de um Sistema Industrial de Evaporadores de Múltiplo Efeito

Modeling of a Industrial Multiple Effect Evaporator System

Andréa Oliveira Souza da Costa¹ e Enrique Luis Lima²

Programa de Engenharia Química/ COPPE

(Universidade Federal do Rio de Janeiro)

Cidade Universitária – CP: 68502, CEP 21945-970, Rio de Janeiro, Brasil.

E-mail: costa@peq.coppe.ufrj.br¹, enrique@peq.coppe.ufrj.br²

Neste trabalho é proposta a descrição matemática de um sistema industrial de evaporadores de múltiplo efeito, usado no aumento da concentração do licor negro. Os 10 evaporadores estudados são dispostos em 6 efeitos e localizam-se na fábrica Klabin Paraná Papéis (KPP), na cidade de Telêmaco Borba, Paraná, Brasil. Para sua descrição, o sistema foi dividido em duas partes: efeitos 2 a 6 e efeito 1. Na descrição dos efeitos 2 a 6, foram testados dois tipos de modelos empíricos: linear (modelos ARX - *Auto Regressive with Exogenous Inputs*) e não linear (redes neuronais). Na obtenção destes dois tipos de representação foram utilizados dados industriais fornecidos pela KPP. Verificou-se que o sistema em estudo possui uma forte característica não linear sendo portanto, melhor descrito pela rede neuronal do que pelo modelo ARX. A função da rede neuronal, utilizada na descrição dos efeitos 2 a 6, é fornecer a concentração na qual o licor negro alimenta o primeiro efeito do sistema. Este efeito apresenta maior importância que os demais já que fornece o licor negro que alimenta a caldeira de recuperação. Sendo assim, optou-se por uma representação mais rigorosa do primeiro efeito, por meio de um modelo fenomenológico dinâmico, baseado em balanços de massa e energia. Embora esta metodologia seja mais trabalhosa, ela possibilita extrapolações, o que nem sempre é possível com modelos empíricos. O modelo resultante (rede neuronal e modelo fenomenológico) descreve satisfatoriamente o sistema.

A mathematical description of an industrial multiple effect evaporator system, located at the Brazilian Klabin Paraná Papéis (KPP) plant, is proposed in this work. The studied system is used to increase the concentration of the black liquor that leaves the cellulose digester and consists of ten evaporators, disposed in 6 effects. For modeling purposes the system was divided in two parts: effects 2 to 6 and effect 1. In the description of the effects 2 to 6, two kinds of empiric models were tested: linear (ARX models - *Auto Regressive with Exogenous Inputs*) and non linear (neural networks). For this, industrial data supplied by KPP were used. The effects 2 to 6 presented a non linear behavior and were better described by the neural network than the ARX model. The used neural network to describe the effects 2 to 6 supplies the concentration of the black liquor feed in the first effect of the system. The first effect is more important than the others because it supplies the black liquor that feeds the recovery boiler. Thus, a more rigorous phenomenological dynamic model representation

(mass and energy balance) was used in the description of the first effect. Although this methodology can be more cumbersome, it facilitates extrapolation. Non physical results can be obtained when empirical models are used out of the operational region. The resulting model (neural network and phenomenological dynamic model) describes the system satisfactorily.

Palavras-chave: licor negro, evaporadores de múltiplo efeito, modelagem, modelo fenomenológico, rede neuronal, modelo ARX, dados industriais

Keywords: black liquor, multiple effect evaporator system, modeling, phenomenological model, neural networks, ARX models, industrial data

1. Introdução

Embora exista uma grande necessidade de se melhorar cada vez mais a eficiência da etapa de recuperação na indústria de celulose, poucos estudos são encontrados abordando o assunto. Este estudo tem como objetivo obter um modelo, o mais realista possível, de um sistema de evaporadores de múltiplo efeito utilizado em uma indústria de celulose. A obtenção de um modelo matemático confiável permite ao funcionário e/ou pesquisador conhecer melhor o sistema, testar novas condições operacionais ou até mesmo testar novas estratégias de controle.

1.1 Descrição do sistema

O sistema estudado é formado por 10 evaporadores, dispostos em 6 efeitos, localizado na indústria Klabin Paraná Papéis (KPP) (Figura 1). O licor negro, com cerca de 20% de sólidos, é alimentado aos efeitos 4 e 5 (4A, 4B and 5), passando posteriormente pelos efeitos 6 (6), 2 (2A, 2B) and 3 (3). O licor que deixa o efeito 3 (licor forte) (F_t) possui cerca de 40% de sólidos. Uma pequena parte deste fluido compõe a alimentação dos efeitos 4 e 5. A parte restante alimenta o primeiro evaporador do primeiro efeito (1C). O licor que deixa o evaporador 1C alimenta 1B e o licor que deixa 1B alimenta 1A. Além disso, parte do licor que deixa 1C e 1B é levado para o sistema de recolhimento de cinzas na caldeira de recuperação retornando mais tarde ao efeito 1 com concentração de sólidos x_{rec} . O licor que deixa o evaporador 1A possui cerca de 80% de sólidos e é enviado à caldeira de recuperação.

Vapor vivo é alimentado aos 3 evaporadores do primeiro efeito (1A, 1B and 1C). O vapor gerado em 1C é alimentado ao evaporador 1B, o vapor gerado em 1B é alimentado em 1A do lado do licor. O vapor gerado em 1A serve como fonte de energia para o efeito 2 e assim sucessivamente até o efeito 6. Deste efeito o vapor gerado é levado para condensadores de superfície.

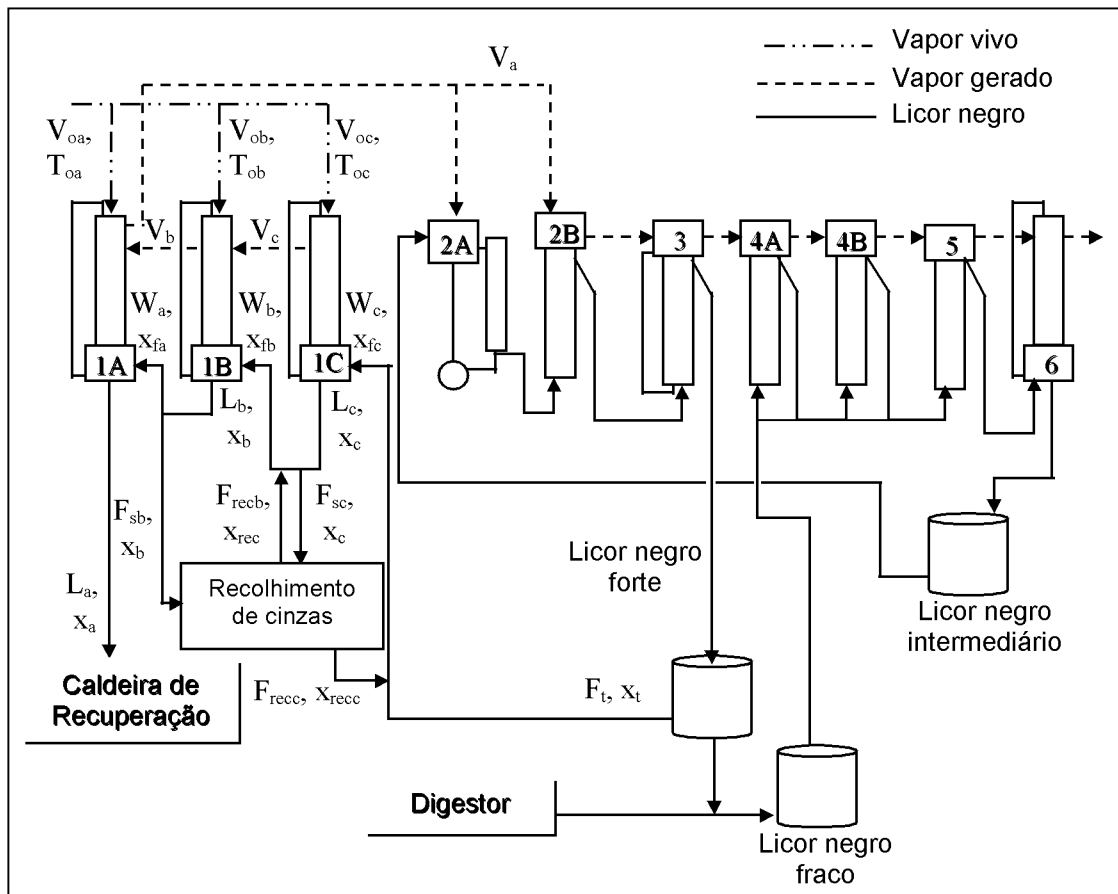


Figura 1: Representação esquemática do sistema de evaporadores de múltiplo efeito localizado na Klabin Paraná Papéis.

1.2 Descrição matemática dos evaporadores

A forma mais comum de se descrever os evaporadores é a que trata estes equipamentos por meio de modelos matemáticos baseados em balanços de massa e energia.

Newell e Fisher (1972) utilizaram um modelo dinâmico para descrever evaporadores de múltiplo efeito onde se concentrava uma solução de trietileno glycol. O sistema piloto estudado por estes autores era composto por dois evaporadores, sendo um do tipo circulação natural de tubos curtos e o outro do tipo tubo longo vertical.

Bremford e Steinhagen (1994), (1996) e (1999) simularam o estado estacionário de diferentes arranjos de evaporadores de múltiplo efeito, existentes em fábricas de celulose da Nova Zelândia, utilizando um modelo matemático algébrico baseado em balanços de massa e energia. Os pesquisadores trabalharam com dados reais e com relações empíricas para os coeficientes globais de troca térmica e para as propriedades físicas do licor negro.

Cadet *et al.* (2000), ao modelar um sistema composto de seis evaporadores tipo *climbing film* existente em uma planta industrial de açúcar, também utilizaram um modelo dinâmico baseado em balanços de massa e energia.

Outra forma de se descrever os evaporadores é por meio de modelos empíricos. A vantagem de utilização deste tipo de modelos é que não se faz necessário um conhecimento detalhado da realidade física do sistema.

Cloarec e Ringwood (1998) descreveram através da utilização de redes neuronais um sistema de quatro efeitos existente em uma fábrica de laticínios. O sistema estudado era utilizado na concentração de leite em uma etapa anterior ao *spray dry*. O modelo proposto pelos autores foi empregado na implementação de um controlador preditivo para o sistema.

Russel *et al.* (2000) também utilizaram redes neuronais para descrever um sistema piloto de evaporadores de três efeitos localizado no Institute of Technology & Engineering, Massey University. Dados experimentais foram usados nas etapas de treinamento e validação das redes testadas. Os resultados obtidos foram comparados com os resultados verificados quando modelos tipo ARX eram utilizados para descrever o sistema. Verificou-se que a descrição matemática dos evaporadores por redes neuronais e por modelos ARX eram similares indicando que o sistema estudado por estes pesquisadores não é fortemente não linear.

2. Resultados

Para representar o sistema, o mesmo foi dividido em 2 partes: efeitos 2 a 6 e efeito 1. A representação dos efeitos 2 a 6 foi realizada utilizando-se redes neuronais. Nesta etapa do trabalho também testou-se a utilização de modelos tipo ARX. Um modelo dinâmico fenomenológico foi empregado na representação do efeito 1. A metodologia adotada para a descrição matemática do sistema é esquematizada na Figura 2.

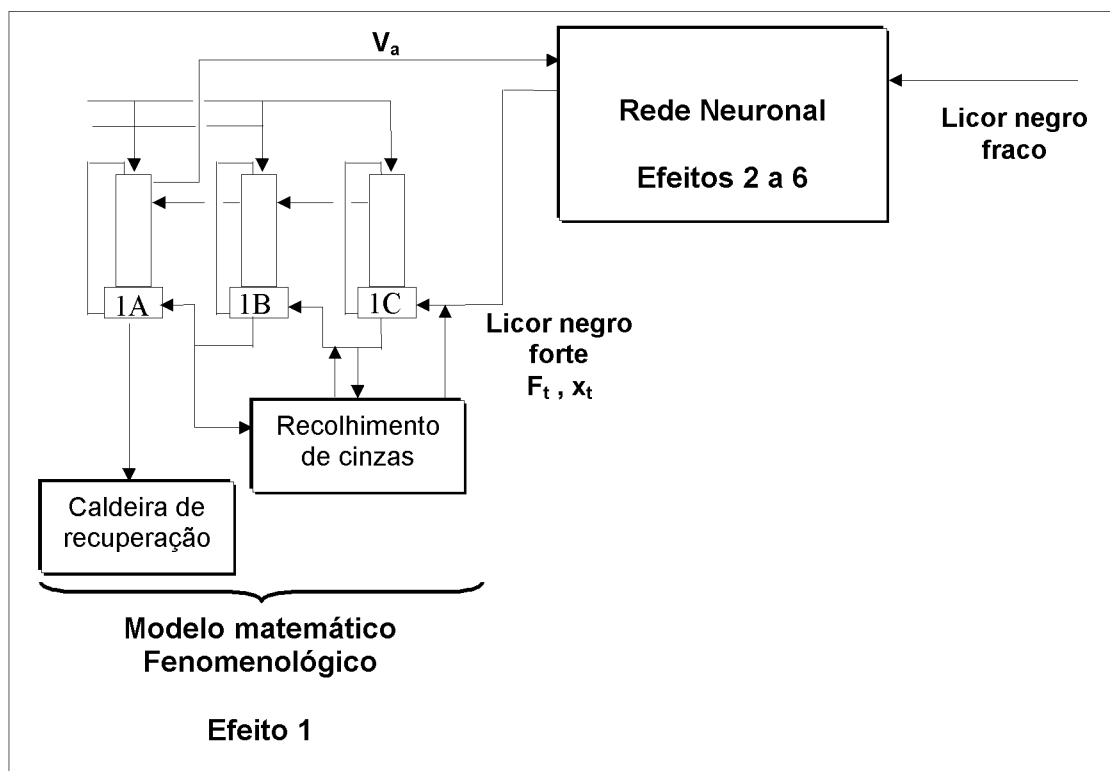


Figura 2: Representação esquemática da metodologia matemática adotada na descrição do sistema de evaporadores de múltiplo efeito localizado na Klabin Paraná Papéis.

2.1 Representação dos efeitos 2 a 6

A estrutura escolhida para as redes neuronais testadas é a *feedforward* com 3 camadas. Utilizou-se a função de ativação tangente hiperbólica na camada intermediária. Na camada de saída foi empregada uma função de ativação linear. O método de treinamento empregado foi o *backpropagation* com uma modificação na rotina de otimização: ao invés de utilizar o método do gradiente descendente na etapa de ajuste dos pesos da rede, utilizou-se o método de otimização Quasi-Newton. O critério escolhido para a finalização do treinamento das redes baseou-se no número de vezes em que se avaliou a função objetivo (1000 vezes). Todas as variáveis de entrada foram normalizadas dentro do intervalo $[-1 \ 1]$.

O licor negro forte gerado no 3º efeito do sistema, depois de passar por um processo de pré-aquecimento, compõe a linha de alimentação do primeiro evaporador do 1º efeito (evaporador 1C). Desta forma, a variável escolhida como saída de todas as redes propostas foi a concentração deste licor negro forte no tempo de amostragem posterior ($x_t(t+1)$). Assim, todas as redes testadas são dinâmicas. O tempo de amostragem utilizado é de 2 horas. Este intervalo foi determinado em função dos dados disponíveis nos boletins de acompanhamento fornecidos pela KPP.

As variáveis que mais afetam a concentração do licor negro forte são: o calor fornecido ao sistema, a concentração inicial e a vazão de alimentação do licor. Como a vazão de vapor gerado no evaporador 1A não é registrada nos boletins diários da fábrica, considerou-se como uma das variáveis de entrada a vazão de ar alimentado em 1A (V_{oa}). Costa (2000) verificou que esta variável foi importante na descrição do sistema já que trata-se de uma informação indireta da energia alimentada ao segundo efeito.

Assim, foram realizados diversos testes onde dados operacionais foram utilizados na elaboração de diferentes conjuntos de dados para as etapas de treinamento e validação. Costa (2000) descreve detalhadamente todo o procedimento realizado para a proposta de uma rede neuronal na descrição dos efeitos 2 a 6.

O desempenho das redes neuronais treinadas foi avaliado utilizando-se análise gráfica e verificação da soma dos quadrados dos resíduos normalizados para os testes de predição, de acordo com a equação (1),

$$\text{erro} = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_t(t+1)_{\text{real}_i} - x_t(t+1)_{\text{predito}_i}}{x_t(t+1)_{\text{real}_i}} \right)^2}{n} \quad (1)$$

onde n é o número de pares de dados utilizados nos testes validação

O número de neurônios na camada intermediária e o número de pares de treinamento foram alterados durante os testes. Além disso, foram considerados os valores atuais e os valores verificados no tempo de amostragem anterior (valores atrasados) como diferentes entradas para as redes testadas.

As melhores redes obtidas são apresentadas na Tabela 1 (Costa ,2000).

Tabela 1: Melhores redes verificadas por Costa (2000).

Rede neuronal	Entradas	Número de neurônios na camada intermediária	Número de dados treinamento/validação	Erro (Equação 1)
1	F, x _i , V _{oa}	4	284 / 35	0,00058871
2	F, F(t-1), x _i , V _{oa}	4	284 / 35	0,00071714
3	F, x _i , x _i (t-1), V _{oa}	4	284 / 35	0,00082286
4	F, F(t-1), x _i , x _i (t-1), V _{oa}	6	284 / 35	0,00081143

De acordo com Costa (2000) o aumento do número de pares de treinamento melhorou significativamente a descrição do sistema. Além disso, as informações referentes a entradas atrasadas piorou os resultados de predição das redes.

Tomando-se como base o resultado apresentado na Tabela 1, foram propostos modelos tipo ARX para o sistema. Foram consideradas, em todos os testes, a saída x_i(t+1) e três entradas: F, x_i, V_{oa}. Desta forma, o que diferencia um modelo de outro é a consideração ou não de entradas atrasadas. A representação geral dos modelos utilizados é fornecida pela equação 2.

$$x_i(t+1) = b_{1,1} \cdot F(t) + \dots + b_{nb_1,1} \cdot F(t - nb_1 + 1) + b_{1,2} \cdot x_i(t) + \dots + b_{nb_2,2} \cdot x_i(t - nb_2 + 1) + b_{1,3} \cdot V_{oa}(t) + \dots + b_{nb_3,3} \cdot V_{oa}(t - nb_3 + 1) \quad (2)$$

Neste caso, a estrutura do modelo ARX está inteiramente definida escolhendo-se os valores para os três inteiros: nb₁, nb₂ e nb₃. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 2. Novamente o erro verificado entre os valores reais e preditos pelo modelo ARX é calculados utilizando-se a Equação 1. Para isto, empregaram-se novamente os 35 pares de dados de validação utilizados nos testes de predição das redes neuronais propostas. Os dados utilizados para o treinamento das redes foram utilizados para calcular os parâmetros dos modelos ARX (284 pares de dados).

Tabela 2: Melhores modelos ARX verificados

Modelos ARX	Parâmetros Estimados	erro (Equação 1)
1	b _{1,1} , b _{1,2} , b _{1,3}	0,0017
2	b _{1,1} , b _{2,1} , b _{1,2} , b _{1,3}	0,0017
3	b _{1,1} , b _{1,2} , b _{2,2} , b _{1,3}	0,0019
4	b _{1,1} , b _{1,2} , b _{1,3} , b _{2,3}	0,0038
5	b _{1,1} , b _{2,1} , b _{1,2} , b _{2,2} , b _{1,3} , b _{2,3}	0,0064

O teste de predição da melhor rede (Tabela 1, rede 1) é comparado com o resultado do melhor modelo ARX (Tabela 2, modelo ARX 1) na Figura 3.

Novamente os resultados obtidos mostram que a adição de informações relativas a entradas

atrasadas piora o desempenho de predição dos modelos obtidos. Além disso, verifica-se que os erros obtidos para os modelos ARX são superiores àqueles obtidos pelas redes neurais (Tabela 1). Este resultado mostra que os efeitos 2 a 6 possuem uma importante característica não linear, diferente do que ocorre com o sistema estudado por Russel *et al.* (2000). Ou seja, o sistema é mais eficientemente descrito por um modelo não linear (rede neuronal) do que por um modelo linear (modelo ARX). Sendo assim, a rede 1 (Tabela 1), esquematizada na Figure 4, é utilizada na descrição dos efeitos 2 a 6 do sistema.

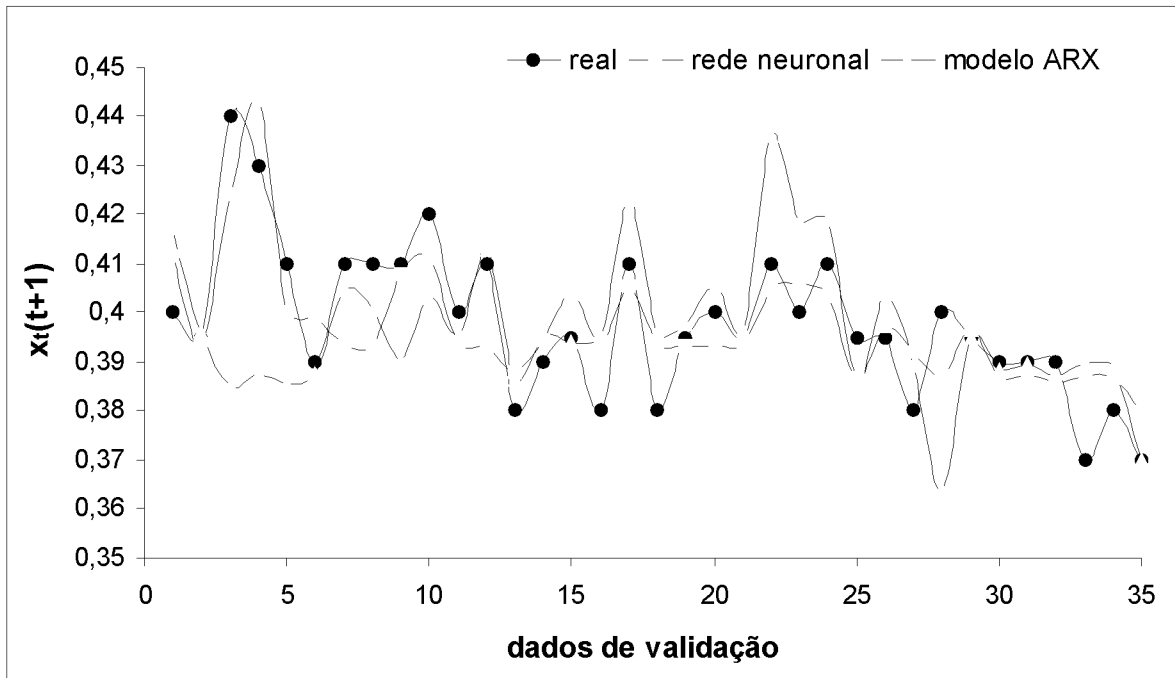


Figura 3: Comparação do teste de predição da melhor rede neuronal e do melhor modelo ARX.

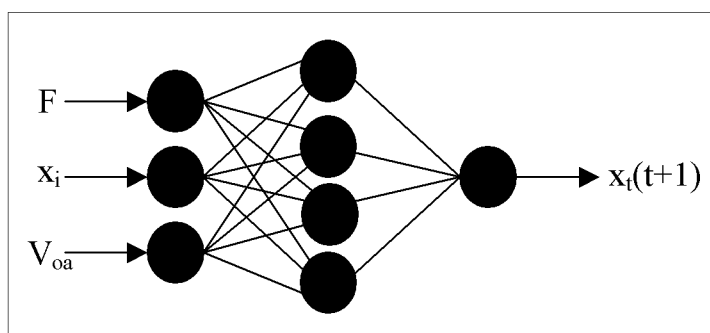


Figura 4: Representação esquemática da rede neuronal adotada na descrição dos efeitos 2 a 6 do sistema de evaporadores de múltiplo efeito.

Estando assim os efeitos 2, 3, 4, 5 e 6 satisfatoriamente descritos, partiu-se então para a etapa de representação do primeiro efeito do sistema por meio de um modelo matemático fenomenológico.

2.2 Representação do efeito 1

Para representar o efeito 1, o modelo matemático proposto por Holland (1983) para o um evaporador de simples efeito foi modificado.

As considerações utilizadas para a elaboração do modelo matemático foram:

1. os líquidos retidos nos evaporadores se encontram perfeitamente misturados;
2. as retenções de vapor nos evaporadores são pequenas diante das massas de licor retidas;
3. as retenções de energia nas paredes dos evaporadores são pequenas;
4. as perdas de energia para o ambientes são desprezíveis;
5. os níveis e as densidades de licor no interior dos evaporadores são constantes.

O modelo matemático resultante é composto por 21 equações algébricas, 3 equações diferenciais e por relações adicionais que descrevem algumas propriedades tais como densidade e elevação do ponto de ebulição. O modelo completo é apresentado no apêndice.

Verificou-se que os valores reportados na literatura para os coeficientes globais de troca térmica não são indicados para se representar, de forma satisfatória, o estado estacionário da planta. Como estes parâmetros são altamente específicos, partiu-se para uma análise empírica destes coeficientes utilizando-se dados registrados nos boletins diários da fábrica. Os valores médios verificados para os três coeficientes globais de troca térmica são apresentados, juntamente com os valores máximos e mínimos, na Tabela 3. Na resolução do modelo foram utilizados os valores médios destes parâmetros.

Tabela 3: Valores mínimos, médios e máximos verificados para os coeficientes globais de troca térmica dos evaporadores do primeiro efeito.

<i>Coeficiente global de troca térmica $J/(m^2.K.h)$</i>	<i>Valor mínimo</i>	<i>Valor médio</i>	<i>Valor máximo</i>
Evaporador 1C	$1,2 \times 10^6$	$1,7 \times 10^6$	$2,1 \times 10^6$
Evaporador 1B	$1,4 \times 10^6$	$1,8 \times 10^6$	$2,6 \times 10^6$
Evaporador 1A	6×10^5	8×10^5	$1,0 \times 10^6$

A Figura 5 mostra o comportamento dinâmico, fornecido pelo modelo fenomenológico, para a concentração do licor negro que deixa os evaporadores do efeito 1, quando a vazão de alimentação de licor forte (F_t) sofre uma redução. No tempo igual a zero, F_t sofreu uma redução de 20% permanecendo neste valor durante toda a simulação.

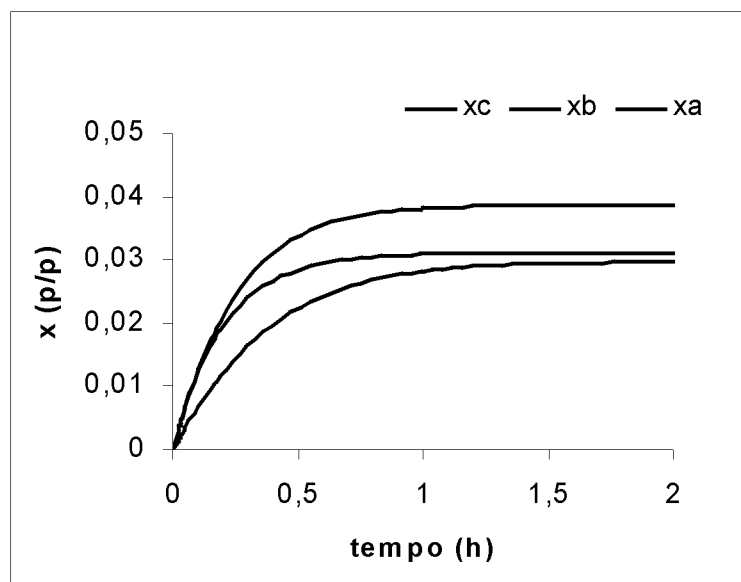


Figura 5: Comportamento dinâmico da concentração do licor negro que deixa os evaporadores 1C, 1B e 1A quando F_t sofre uma redução de 20%, em relação ao estado estacionário.

Verifica-se que resultados apresentados na Figura 5 representam satisfatoriamente o comportamento real do sistema. Diminuindo-se a alimentação do licor forte, aumentou-se a influência do licor mais concentrado vindo da etapa de recolhimento de cinzas (licor com concentração igual a x_{rec}). Desta forma, os evaporadores que recebem parte deste licor em sua linha de alimentação sofreram maior influência da perturbação aplicada. Ou seja, os evaporadores 1C e 1B. A perturbação foi sentida de forma mais intensa no evaporador 1B, uma vez que parte do licor que deixa 1C é retirado antes de alimentar 1B, diminuindo ainda mais a influência do licor forte proveniente do 3º efeito.

Testes adicionais confirmam a capacidade do modelo fenomenológico de reproduzir o comportamento real dos evaporadores do primeiro efeito da KPP. Desta forma, a representação matemática completa, composta pela rede neuronal e pelo modelo fenomenológico, pôde ser empregada no estudo de diversas alternativas de controle para a concentração do licor que deixa o evaporador 1A e segue para a caldeira de recuperação.

3. Conclusões

Verificou-se que é possível descrever o sistema industrial de evaporadores de múltiplo efeito por meio de modelos empíricos tipo rede neuronal ou modelos ARX.

O sistema estudado neste trabalho mostrou-se não linear sendo portanto, melhor escrito por meio de redes neurais do que por modelos ARX. Para isto, dados operacionais foram empregados na etapa de treinamento e validação das redes propostas, o que favoreceu a obtenção de modelos realistas do sistema.

A grande vantagem de utilização de redes neurais, frente a utilização de modelos fenomenológicos, é que neste caso não se faz necessário um conhecimento detalhado da realidade

física do sistema. Estando disponíveis dados operacionais confiáveis (sem significativos erros experimentais) e em quantidade suficiente, a obtenção de uma rede neuronal que descreve o sistema é uma tarefa relativamente rápida quando comparada à obtenção de modelos fenomenológicos detalhados. Por outro lado, como trata-se de um modelo empírico, qualquer forma de extrapolação é bastante perigosa. A rede neuronal só fornece resultados confiáveis dentro da região para a qual foi treinada. Este fato limita sua utilização sendo delicado portanto, utilizar uma rede neuronal para prever o comportamento do sistema fora da faixa operacional verificada nos dados de treinamento e validação.

Por este motivo, empregou-se um modelo matemático fenomenológico na descrição do efeito 1 já que é neste último efeito que se consegue um maior rendimento no processo de concentração do licor negro. O modelo matemático obtido neste trabalho é facilmente resolvido em pacotes integradores comerciais. A principal dificuldade enfrentada pelos autores foi encontrar valores para os coeficientes globais de troca térmica que descrevessem satisfatoriamente os evaporadores 1C, 1B e 1A. Estes parâmetros se mostraram fortemente específicos, sendo necessária uma análise empírica para obtenção destes valores.

A descrição matemática completa do sistema, obtida pela rede neuronal e pelo modelo fenomenológico, pôde ser empregada no estudo de diversas alternativas de controle que visavam otimizar a concentração do licor que deixa o evaporador 1A e segue para a caldeira de recuperação (Costa e Lima, 2001). Restrições físicas e novas realidades operacionais puderam ser analisadas utilizando-se o modelo matemático obtido.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio da Klabin Paraná Papéis, particularmente aos engenheiros Osvaldo Vieira e Marcos Antônio Betini, ao CNPq e à Capes pelo apoio financeiro.

Referências Bibliográficas

Bremford, D. J., Steinhagen, H. M. M. (1999), Multiple effect evaporator performance for black liquor Part III: The effects of fouling on evaporator performance. *Appita*, 52 (1), 30-36.

Bremford, D. J., Steinhagen, H. M. M. (1996), Multiple effect evaporator performance for black liquor Part 2: Development of improved steady state models. *Appita*, 49 (5), 337-346.

Bremford, D. J., Steinhagen, H. M. M. (1994), Multiple effect evaporator performance for black liquor Part 1: Simulation of steady state operation for different evaporator arrangements. *Appita*, 47 (4), 320-326.

Cadet, C., Touré, Y., Gilles, G., Gatina, J. C. (2000). Knowledge Modeling and Advanced Control of Evaporators in Cane Sugar Industry. In: *International Symposium on Advanced Control of Chemical Process*, (pp. 347-352), Pisa, June.

Cloarec, G. M., Ringwood, J. (1998). Modelling of a Four-Effect Evaporator using Hybrid Neural Networks, *Submitted to the Irish Signals and Systems Conferencend*.

Costa, A. O. S., E. L. Lima (2001). Alternatives for the Control of a Multiple Effect Evaporator System. *3rd Mercosur Congress on Process Systems Engineering, 1st Mercosur Congress on Chemical Engineering- ENPROMER* (pp. 253-258). Santa Fe, Argentina.

Costa, A. O. S. (2000). *Alternativas para o Controle de um Sistema de Evaporadores de Múltiplo Efeito*. Tese de mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Programa de Engenharia Química – COPPE, Rio de Janeiro, 164 páginas

Costa, A. O. S., M. L. Passos, M. Cardoso (1999). Comportamento Reológico do Licor Negro de Eucalipto. *Anais, 6^a Jornada de Engenharia Química UFU/UFMG* (pp. 57-60). Uberlândia, Brasil.

Harvin, R. L., Brown, W. F. (1953) citado por: Venkatesh, V., & Nguyen, X., N. (1992) Evaporation and Concentration of Black Liquor. In: Green, R. P., & Hough, G. (eds), *Chemical Recovery in The Alkaline Pulping Processes*, 3^a ed., chapter 2, Atlanta, USA, TAPPI Press.

Holland, C. D. (1983). *Computer Methods for Solving Dynamic Separation Problems*, 1^a ed. New York, USA, McGraw.

Newell, R., Fisher, D. G. (1972) Model Development, Reduction, and Experimental Evaluation for an Evaporator. *Ind. Eng. Chem. Process. Des. Develop.*, 11(2), 213-220.

Russel, N. T., Bakker, H. H. C., Chaplin, R. I. (2000). Modular neural network modelling for long-range prediction of an evaporator. *Control Engineering Practice*, 8, 49-59.

Apêndice

Modelo matemático fenomenológico utilizado na representação do primeiro efeito do sistema

Vapor gerado nos evaporadores 1C, 1B e 1A obtidos pelo balanço de energia:

$$V_c = \frac{W_c \cdot \{h(T_{fc}, x_{fc}) - h(\tau_c, x_c) + D_c \cdot (x_c - x_{fc})\} + U_c \cdot A_c \cdot (T_{oc} - \tau_c)}{D_c \cdot x_c + H(\tau_c) - h(\tau_c, x_c)}$$

$$V_b = \frac{\left[W_b \cdot \{h(T_{fb}, x_{fb}) - h(\tau_b, x_b) + D_b \cdot (x_b - x_{fb})\} + U_b \cdot A_b \cdot (T_{ob} - \tau_b) \right] + V_c \cdot (H(\tau_b) - h(\tau_b, x_b) + D_b \cdot x_b)}{D_b \cdot x_b + H(\tau_b) - h(\tau_b, x_b)}$$

$$V_a = \frac{\left[W_a \cdot \{h(T_{fa}, x_{fa}) - h(\tau_a, x_a) + D_a \cdot (x_a - x_{fa})\} + U_a \cdot A_a \cdot (T_{oa} - \tau_a) \right] + V_b \cdot (H(\tau_a) - h(\tau_a, x_a) + D_a \cdot x_a)}{D_a \cdot x_a + H(\tau_a) - h(\tau_a, x_a)} \quad (A.1)$$

Temperatura de ebulição do licor nos evaporadores 1C, 1B e 1A:

$$\tau_c = T_c + EPE(x_c), \quad \tau_b = T_b + EPE(x_b), \quad \tau_a = T_a + EPE(x_a) \quad (A.2)$$

Variação da entalpia do licor com a composição, usada no balanço de energia dos evaporadores 1C, 1B e 1A:

$$D_c = \frac{\partial h(\tau_c, x_c)}{\partial \tau_c} \cdot \frac{\partial \tau_c(x_c)}{\partial x_c} + \frac{\partial h(\tau_c, x_c)}{\partial x_c}, \quad D_b = \frac{\partial h(\tau_b, x_b)}{\partial \tau_b} \cdot \frac{\partial \tau_b(x_b)}{\partial x_b} + \frac{\partial h(\tau_b, x_b)}{\partial x_b},$$

$$D_a = \frac{\partial h(\tau_a, x_a)}{\partial \tau_a} \cdot \frac{\partial \tau_a(x_a)}{\partial x_a} + \frac{\partial h(\tau_a, x_a)}{\partial x_a} \quad (A.3)$$

Balanço global de massa das alimentações dos evaporadores 1C, 1B e 1A:

$$W_c = F \cdot d(x_t) + F_{recc} \cdot d(x_{rec}), \quad W_b = L_c - F_{sc} \cdot d(x_c) + F_{recc} \cdot d(x_{rec}), \quad W_a = L_b - F_{sb} \cdot d(x_b) \quad (A.4)$$

Balanço de massa do componente sólido que alimenta os evaporadores 1C e 1B.:

$$x_{fc} = \frac{F \cdot d(x_t) \cdot x_t + F_{recc} \cdot d(x_{rec}) \cdot x_{rec}}{W_c}, \quad x_{fb} = \frac{(L_c - F_{sc} \cdot d(x_c)) \cdot x_c + F_{recc} \cdot d(x_{rec}) \cdot x_{rec}}{W_b} \quad (A.5)$$

Vapor alimentado aos evaporadores 1C, 1B e 1A:

$$V_{oc} = \frac{U_c \cdot A_c \cdot (T_{oc} - \tau_c)}{\lambda_{oc}}, \quad V_{ob} = \frac{U_b \cdot A_b \cdot (T_{ob} - \tau_b)}{\lambda_{ob}}, \quad V_{oa} = \frac{U_a \cdot A_a \cdot (T_{oa} - \tau_a)}{\lambda_{oa}} \quad (A.6)$$

Balanço de massa do componente sólido nos evaporadores 1C, 1B e 1A:

$$\frac{dx_c}{dt} = \frac{1}{\mu_c} \cdot (W_c \cdot x_{fc} - L_c \cdot x_c), \quad \frac{dx_b}{dt} = \frac{1}{\mu_b} \cdot (W_b \cdot x_{fb} - L_b \cdot x_b), \quad \frac{dx_a}{dt} = \frac{1}{\mu_a} \cdot (W_a \cdot x_{fa} - L_a \cdot x_a) \quad (A.7)$$

Balanço global de massa dos evaporadores 1C, 1B e 1A:

$$L_c = W_c - V_c, \quad L_b = W_b - V_b, \quad L_a = W_a - V_a \quad (A.8)$$

Relações adicionais

Densidade do licor negro (Costa *et al* ,1999)

$$d(x) = \left(\frac{x}{d_{\text{sólido}}} + \frac{1-x}{d_{\text{líquido}}} \right)^{-1}, \text{ onde: } d_{\text{sólido}} = 1829,2\text{kg/m}^3 \text{ and } d_{\text{líquido}} = 997,3\text{kg/m}^3 \quad (\text{A.9})$$

Elevação do ponto de ebulição do licor negro (Costa ,2000)

$$\text{EPE}(x) = 1.0099140 \cdot e^{3,940961 \cdot x} \quad (\text{A.10})$$

Entalpia do licor negro (Harvin e Brown, 1953)

$$h(\tau, x) = 3963,6 \cdot \tau - 1094968,28 + 0,165 \cdot \tau^2 - 4044,40 \cdot x \cdot \tau + 1004749,77 \cdot x + 1,34 \cdot x \cdot \tau^2 \quad (\text{A.11})$$

Nomenclatura

A_a, A_b, A_c (m^2)	área de troca térmica dos evaporadores 1A, 1B e 1C
b	parâmetros do modelo ARX;
d (kg/m^3)	densidade do licor negro
$d_{\text{líquido}}$ (kg/m^3)	densidade da água à 26°C
$d_{\text{sólido}}$ (kg/m^3)	densidade do licor negro seco à 26°C
D_a, D_b, D_c (J/kg)	variação da entalpia do licor negro com a composição nos evaporadores 1A, 1B e 1C
EPE (K)	elevação do ponto de ebulição do licor negro
F (m^3/h)	alimentação de licor negro nos efeitos 4 e 5
$F_{(t-1)}$ (m^3/h)	alimentação de licor negro nos efeitos 4 e 5 no tempo de amostragem anterior
F_{recb} (m^3/h)	licor negro vindo do recolhimento de cinzas (alimentação do evaporador 1B)
F_{recc} (m^3/h)	licor negro vindo do recolhimento de cinzas (alimentação do evaporador 1C)
F_{sb} (m^3/h)	licor negro que deixa 1B e segue para o recolhimento de cinzas
F_{sc} (m^3/h)	licor negro que deixa 1C e segue para o recolhimento de cinzas
F_t (m^3/h)	licor negro que alimenta 1 vindo do efeito 3
h (J/kg)	entalpia do licor negro
H (J/kg)	entalpia do vapor
L_a, L_b, L_c (kg/h)	licor negro que deixa os evaporadores 1A, 1B e 1C
n	número de dado de validação
nb	parâmetro do modelo ARX
T_a, T_b, T_c (K)	temperatura de alimentação dos vapores vivos nos evaporadores 1A, 1B e 1C
T_{fa}, T_{fb}, T_{fc} (K)	temperatura de alimentação do licor negro nos evaporadores 1A, 1B e 1C
T_{ao}, T_{ob}, T_{oc} (K)	temperatura de alimentação do vapor vivo nos evaporadores 1A, 1B e 1C
U_a, U_b, U_c ($\text{J}/(\text{K} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{h})$)	coeficiente global de troca térmica dos evaporadores 1A, 1B e 1C
V_a, V_b, V_c (kg/h)	vapor gerado nos evaporadores 1A, 1B e 1C
V_{ao}, V_{ob}, V_{oc} (kg/h)	vapor vivo alimentado nos evaporadores 1A, 1B e 1C

W_a, W_b, W_c (kg/h)	licor negro que alimenta os evaporadores 1A, 1B e 1C
x_a, x_b, x_c (kg/kg)	concentração do licor negro que deixa os evaporadores 1A, 1B e 1C
x_{fa}, x_{fb}, x_{fc} (kg/kg)	concentração de alimentação do licor negro nos evaporadores 1A, 1B e 1C
x_i (kg/kg)	concentração do licor negro que alimenta os efeitos 4 e 5
$x_i(t-1)$ (kg/kg)	concentração do licor negro que alimenta os efeitos 4 e 5 no tempo de amostragem anterior
x_{rec} (kg/kg)	concentração do licor negro que deixa o processo de recolhimento de cinzas
x_t (kg/kg)	concentração do licor negro que deixa o efeito 3
$x_i(t+1)$ (kg/kg)	concentração do licor negro que deixa o efeito 3 no tempo de amostragem posterior
<i>Letras gregas</i>	
$\lambda_{ao}, \lambda_{ob}, \lambda_{oc}$ (J/h)	calor latente de vaporização do vapor vivo que alimenta os evaporadores 1A, 1B e 1C
μ_a, μ_b, μ_c (kg)	retenção (<i>holdup</i>) de licor negro nos evaporadores 1A, 1B and 1C
τ_a, τ_b, τ_c (K)	temperatura de ebulição do licor negro